कुल पृष्ठ संख्या–32 (कवर पेज सहित) क्रम संख्या....

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा

(परीक्षार्थी द्वारा स्वयं भरा जाना चाहिये)

Candidate's Roll No. In English

(In Figures)

(In Words)

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में

नोट :– परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम – हिन्दी ✓ अंग्रेजी

विषय गणित

परीक्षा का दिन शनिवार

दिनांक 23/03/18

नोट :– परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :– (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्राप्तांक भरना अनिवार्य है, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जायेगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायीं ओर निर्धारित कॉलम में लाल इंक से अंक प्रदत्त करें।

(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदारणार्थ : 15 ¼ को 16, 17 ½ को 18, 19 ¾ को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी
(परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्राप्त अंकों का कुल योग (Round off)	
16		अंकों में	शब्दों में
17			
18			

परीक्षक के हस्ताक्षर .... संकेतांक

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशषां पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न–पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न–पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
   (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
   (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर–पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये। परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका प्राप्त करते ही पृष्ठ संख्या की जांच कर लें यदि पृष्ठ कम/अधिक या क्रम में नहीं हैं तो वीक्षक से तुरन्त बदलवा लें।
   (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, केलक्यूलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रोनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध हैं।
   (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ न लिखकर लावें। टेबुल के आस–पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
   (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न–पत्र हिन्दी–अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित है। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

SECTION → A

1. Given, $f: R \to R \quad f(x) = \sin x$

$g: R \to R \quad g(x) = x^2$

$gof(x) = g[f(x)] = (\sin x)^2 = \sin^2 x$

2. $\sin\left[\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$

$\tan^{-1}(1) = \pi/4 \qquad \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{4}$

$= \sin\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right] = \sin\left[\frac{\pi}{2}\right] = 1$

3. $a+b = 6 \quad ---- (i)$

and $ab = 8 \quad ---- (ii)$

Now $a-b = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab}$

$a-b = \sqrt{36 - 32}$ { from (i) & (ii) }

$a-b = 2 \quad ---- (iii)$

adding (i) & (iii) we get

$2a = 8$

$\boxed{a=4}$

Putting this in (i)

$\boxed{b=2}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

4. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$|A| = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \neq 0$ so A^{-1} exists

Cofactors of A $\quad C_{11} = \cos\theta$

$C_{12} = \sin\theta$

$C_{21} = -\sin\theta$

$C_{22} = \cos\theta$

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Now $A^{-1} = \dfrac{\text{adj}(A)}{|A|}$

$$= \begin{bmatrix} \cancel{\sin}\ \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \times 1$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

5. $\displaystyle\int \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}\,dx$

$\displaystyle = \int \frac{1-(1-2\sin^2 x)}{1+(2\cos^2 x - 1)}\,dx$

$\displaystyle = \int \frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x}\,dx$

$\displaystyle = \int \tan^2 x\,dx$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$= \int (\sec^2 x - 1)\, dx$$

$$= \int \sec^2 x\, dx - \int dx$$

$$= \boxed{\tan x - x + c}$$

6. $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j}$

$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j}$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}$$

$$\cos\theta = \frac{(2\hat{i}-\hat{j})\cdot(\hat{i}+2\hat{j})}{\sqrt{4+1} \times \sqrt{1+4}}$$

$$\cos\theta = \frac{2-2}{5} = 0$$

Now $\cos\theta = 0$

$$\theta = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

7. $$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$\cos\theta = \frac{12}{10\times 2} = \frac{3}{5}$$

$$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{9}{25}}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{\sin\theta = \frac{4}{5}}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

8. D.C.'s $= \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}, \dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

Now $a = 1-0 = 1$

$b = 0-1 = -1$

$c = 0-1 = -1$

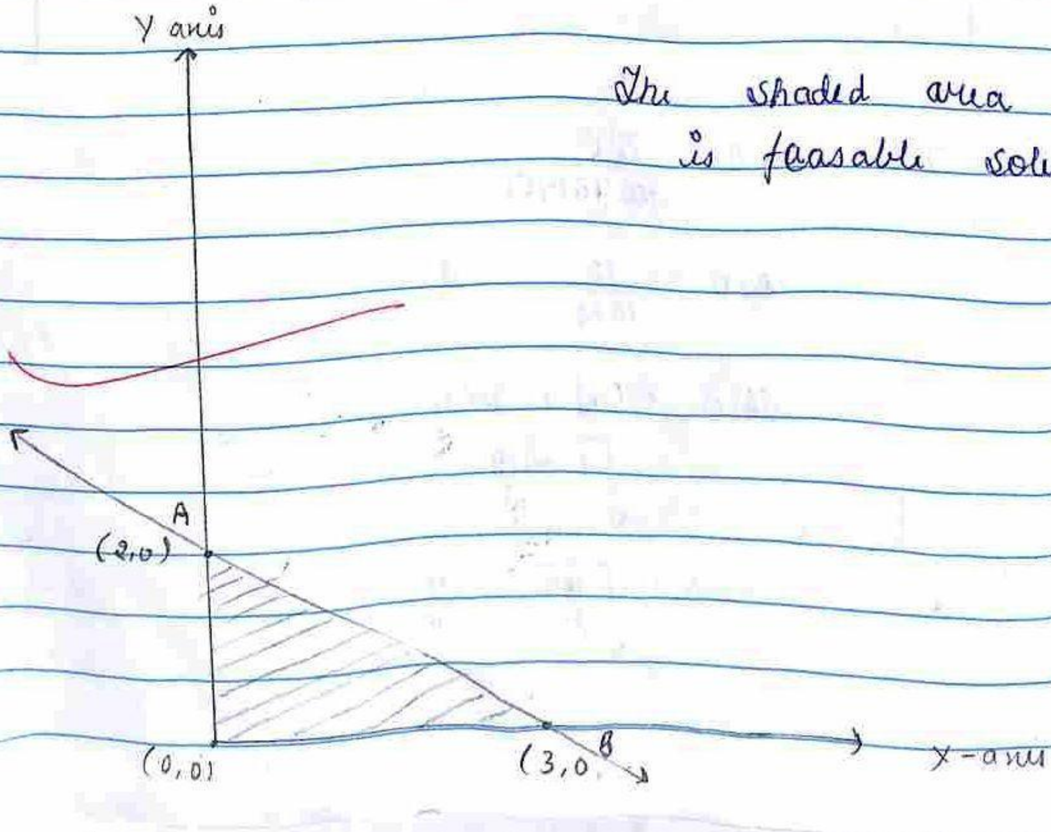
So Direction cosines are $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{-1}{\sqrt{3}}, \dfrac{-1}{\sqrt{3}}\right)$

~~9.~~

10. $P\left(\dfrac{A}{B}\right) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A/B) = \dfrac{0.2}{0.3} = \dfrac{2}{3}$

9.



The shaded area is faasable solution

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

SECTION - B

11. $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

Now, $f\{f(x)\} = \frac{\left(\frac{x-3}{x+1}\right) - 3}{\left(\frac{x-3}{x+1}\right) + 1} = \frac{(x-3) - 3(x+1)}{x-3 + x+1}$

$f\{f(x)\} = \frac{x-3-3x-3}{x-3+x+1} = \frac{-2x-6}{2x-2} = \frac{x+3}{1-x}$

Now, $f[f\{f(x)\}] = \frac{\left(\frac{x+3}{1-x}\right) - 3}{\left(\frac{x+3}{1-x}\right) + 1} = \frac{x+3 - 3(1-x)}{x+3+1-x}$

$f[f\{f(x)\}] = \frac{x+3-3+3x}{4} = \frac{4x}{4} = x$

So $\boxed{f[f\{f(x)\}] = x}$

12. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2+6 & -2+15 \\ -1+8 & 1+20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 7 & 21 \end{bmatrix}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$L.H.S = (AB)^T = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 13 & 21 \end{bmatrix}$$

Now $A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\quad B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

$$RHS = B^T A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{bmatrix} 2+6 & -1+8 \\ -2+15 & 1+20 \end{bmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 13 & 21 \end{bmatrix}$$

$L.H.S. = RHS$

H.P.

13. Now, If function is continuous then.

$$\lim_{x \to 0^-} = K = \lim_{x \to 0^+}$$

$$\text{So, } \lim_{h \to 0} \frac{\sin(0-h)}{0-h} + \cos(0-h)$$

$$= \lim_{h \to 0} \left(\frac{\sin h}{h} + \cos h \right)$$

$$= 1 + 1 = 2 \quad \left\{ \because \lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1 \right.$$

$$\text{So } \lim_{x \to 0^+} = \lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} + \cos h$$

$$= 2$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

So $\boxed{K=2}$

14: $I = \int \frac{1}{\cos^2(3x+2)} dx = \int \sec^2(3x+2)\, dx$ ---- (i)

Now, let $t = 3x+2$

By Partial differentiation

$$dt = 3dx$$
$$dx = \frac{dt}{3}$$

Substituting in (i) we get

$$I = \frac{1}{3}\int \sec^2 t\, dt$$

$$I = \frac{1}{3}\left[\tan t + c\right]$$

$$I = \frac{\tan(3x+2)}{3} + \frac{c}{3}$$

Now $\frac{c}{3}$ is new constant c'

So, $\boxed{I = \frac{\tan(3x+2)}{3} + c'}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

15. Let ΔABC has $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

Now $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ {By law of vector addition}

$\vec{c} = 4\hat{i} + 3\hat{k}$

Now $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

$\vec{a} \times \vec{b} = 6\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k}$ --- (i)

$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

$\vec{b} \times \vec{c} = -6\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ --- (ii)

$\vec{c} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

$\vec{c} \times \vec{a} = -6\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$ --- (iii)

Now area of ΔABC

$A = \frac{1}{2} \left| \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} \right|$

$A = \frac{1}{2} \left| -6\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k} \right|$ {from (i), (ii), (iii)}

$A = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 25 + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{25 \times 5} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ Ans

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

SECTION - C

16. $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$

Now $\tan^{-1}a + \tan^{-1}b = \tan^{-1}\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$

$\tan^{-1}\left(\frac{3x+2x}{1-6x^2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\cancel{3x+2}\ \frac{5x}{1-6x^2} = 1$ $\{\because \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

$5x = 1-6x^2$

$\Rightarrow 6x^2+5x-1 = 0$

$6x^2+6x-x-1=0$

$6x(x+1)-1(x+1)=0$

$(6x-1)(x+1)=0$

So $x = \frac{1}{6}$ or -1

17. $L.H.S = \Delta = \begin{vmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{vmatrix}$

Now, $C_1 \to C_1 + C_2 + C_3$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+a+b+c & b & c \\ 1+a+b+c & 1+b & c \\ 1+a+b+c & b & 1+c \end{vmatrix}$$

Taking $(1+a+b+c)$ common

$$\Delta = (1+a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & 1+b & c \\ 1 & b & 1+c \end{vmatrix}$$

Now $R_1 \to R_1 - R_2$

$$\Delta = (1+a+b+c)\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1+b & c \\ 1 & b & 1+c \end{vmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - R_3$

$$\Delta = (1+a+b+c)\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & b & 1+c \end{vmatrix}$$

Expanding along R_1 we get

$\Delta = (1+a+b+c)[1]$

$\Delta = 1+a+b+c$

L.H.S = R.H.S

H.P.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

18/2

$x + y + 2z = 0$

$x + 2y - z = 9$

$x - 3y + 3z = -14$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ -14 \end{bmatrix}$$

Now $AX = B$

$X = A^{-1}B$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 1(3) - 1(4) + 2(-5)$$

$= 3 - 4 - 10$

$= -11 \neq 0$ So A^{-1} exist

Now cofactors of A are :-

$C_{11} = 3 \qquad C_{21} = -9 \qquad C_{31} = -5$

$C_{12} = -4 \qquad C_{22} = 1 \qquad C_{32} = 3$

$C_{13} = -5 \qquad C_{23} = 4 \qquad C_{33} = 1$

$$\text{So adj}(A) = \begin{bmatrix} 3 & \cancel{-9}\ -4 & -5 \\ -9 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

So $A^{-1} = \dfrac{adj(A)}{|A|} = \dfrac{-1}{11}\begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

So $A^{-1} = \dfrac{1}{11}\begin{bmatrix} -3 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & -3 \\ 5 & -4 & -1 \end{bmatrix}$

Now $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \dfrac{1}{11}\begin{bmatrix} -3 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & -3 \\ 5 & -4 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ -14 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \dfrac{1}{11}\begin{bmatrix} 11 \\ 33 \\ -22 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

So $\boxed{x = 1 \quad y = 3 \quad z = -2}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$\frac{2}{2}$ 19.

$y = x^2 - 2x + 3$

differentiating with respect to x

$\frac{dy}{dx} = 2x - 2$ ---- (i)

Now $\frac{dy}{dx}$ = Slope of tangent to curve

Now this tangent is ∥ to ~~2x+~~ $y = 2x + 9$

So, it slope is 2 ---- (ii)

$2 = 2x - 2$ {By (i) & (ii)}

$\boxed{x = 2}$

Putting value of x in eqn of curve we get

$y = 4 - 4 + 3$

$y = 3$

So this tangent passes through (2, 3)

So its equation is

$(y - 3) = 2(x - 2)$

$y - 3 = 2x - 4$

$\boxed{y = 2x - 1}$

BSER-165/2019

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

20- Given $R = 7$ cm

$\Delta R = 0.01$ cm

Now Volume of sphere $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

differentiating w.r.t. R

$$\frac{dV}{dR} = 4\pi R^2$$

Now we know that,

$$\frac{dV}{dR} = \frac{\Delta V}{\Delta R}$$

$$4\pi R^2 = \frac{\Delta V}{\Delta R}$$

$$4\pi R^2 \times \Delta R = \Delta V$$

$$\Delta V = \cancel{4 \times 3.14 \times 49}\ 4 \times \frac{22}{7} \times 49 \times 0.01$$

$$\Delta V = 6.16 \text{ cm}^3$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

Q1:

$$I = \int \overset{II}{x} \overset{I}{\tan^{-1}x} \, dx$$

By using Integration by parts

$$I = \tan^{-1} \int x\,dx - \int \left[\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) \cdot \int x\,dx\right] dx$$

$$I = \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \int \left[\frac{x^2}{1+x^2} \cdot \frac{1}{2}\right] dx$$

$$I = \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2}\,dx \quad \text{--- (i)}$$

Let $I_1 = \int \frac{x^2}{1+x^2}\,dx$

$$I_1 = \int \left(\frac{x^2+1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}\right) dx$$

$$I_1 = \int \left[1 - \frac{1}{1+x^2}\right] dx$$

$$I_1 = x - \tan^{-1}x + c$$

Putting this in (i)

$$I = \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\left[x - \tan^{-1}x + c\right]$$

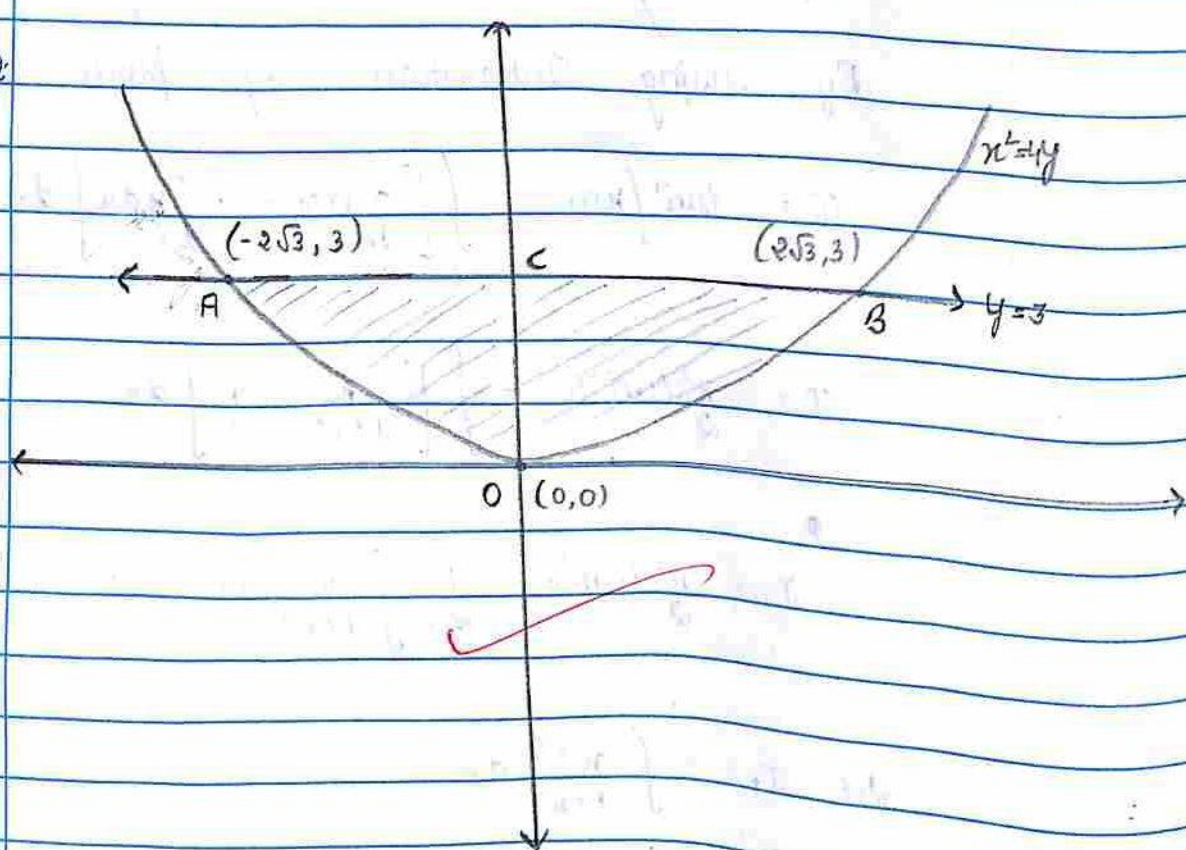
$$I = \frac{1}{2}\left[x^2\tan^{-1}x - x + \tan^{-1}x\right] + c'$$

BSER-165/2019

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

So, $I = \frac{1}{2}\left[\tan^{-1}x\,(x^2+1) - x\right] + c'$

22.



Now, the area required is AOBCA

The line and parabola intersects at 2 points

$x^2 = 4\times3$

$x = \pm2\sqrt{3}$

So the points of intersection are $(-2\sqrt{3}, 3)$ & $(2\sqrt{3}, 3)$

Now area AOBCA = 2 OBCO ---(i)

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$\text{Area OBCO} = \int_0^{2\sqrt{3}} 3\,dx - \int_0^{2\sqrt{3}} \frac{x^2}{4}$$

$$A_1 = [3x]_0^{2\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{2\sqrt{3}}$$

$$A_1 = 6\sqrt{3} - \frac{1}{12} \times 12 \times 2\sqrt{3}$$

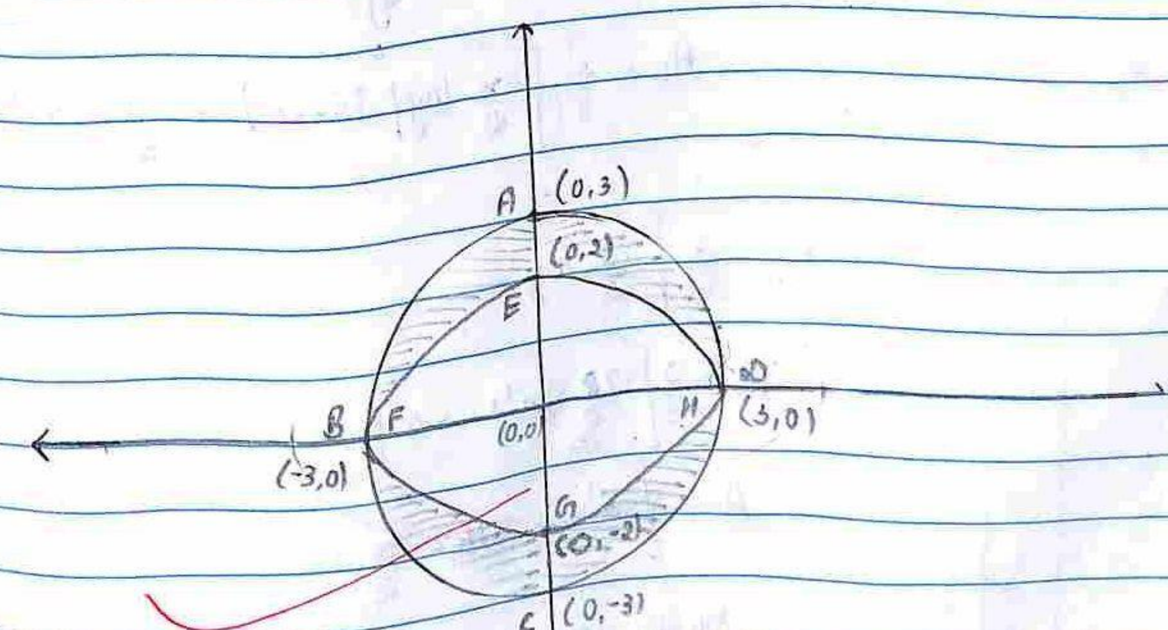
$$A_1 = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$A_1 = 4\sqrt{3}$$

Now from eqn (i)

$$\text{Area AOBCA} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \quad \text{Ans}$$

23.



परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

Now, required area is ABCD - EFGH

~~$A = \int$~~

Now EFGH = 4(OEHO)

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4} = 1$$

$$y^2 = 4\left(1-\frac{x^2}{9}\right)$$

$$y = 2\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}$$

$$y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$$

So Area OEHO = $A_1 = \frac{2}{3}\int_0^3 \sqrt{(3)^2-(x^2)}\, dx$

$$A_1 = \frac{2}{3}\left[\frac{x}{2}\log\left|\sqrt{9-x^2}\right| + \frac{9}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)\right]_0^3$$

~~$A_1 = \frac{2}{3}\left[\frac{3}{2}\log\right.$~~

$$A_1 = \frac{2}{3}\left[\frac{3}{2}\sin^{-1}1 - 0\right]$$

~~$A_1 = \frac{2}{3}\left[\frac{9}{2}\right.$~~ $A_1 = \frac{\pi}{2}$

Now area of EFGH = $4\times\frac{\pi}{2} = 2\pi$

and area of ABCD = $\pi\times 9 = 9\pi$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

So required area is $9\pi - 2\pi = \underline{7\pi}$ Ans

Q4: Given = $O(0,0,0)$ $A(1,2,1)$
$B(2,1,3)$ $C(1,1,2)$

Now let position vectors of A, B, C are $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$
$\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$
$\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

Now volume of tetrahedron $= \frac{1}{6}\left|[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}]\right|$

Now $[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] = \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$

Now $\vec{b}\times\vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

Now $[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})\cdot(-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
$= -1 - 2 + 1 = -2$

So volume of tetrahedron $= \frac{1}{6}|-2| = \frac{1}{3}$ Ans.

HSER-165/2019

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

SECTION - D

26. Given $x^2+y^2 = t-\frac{1}{t}$ --(i) $x^4+y^4 = t^2+\frac{1}{t^2}$ --(ii)

Now Squaring both sides of (i) we get

$$(x^2+y^2)^2 = \left(t-\frac{1}{t}\right)^2$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2 = t^2+\frac{1}{t^2}-2 \quad \text{--- (iii)}$$

Now putting $t^2+\frac{1}{t^2} = x^4+y^4$ in (iii)

$$x^4+y^4+2x^2y^2 = x^4+y^4-2$$

$$2x^2y^2 = -2$$

$$x^2y^2+1 = 0$$

differentiating both sides.

$$2xy^2 + 2yx^2\frac{dy}{dx} = 0$$

$$xy\left(2y + 2x\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$y + x\frac{dy}{dx} = 0$$

differentiating both sides

$$\frac{dy}{dx} + \left[\frac{dy}{dx} + x\frac{d^2y}{dx^2}\right] = 0$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

So $x\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = 0$

Hence Proved.

Q7. $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$

Now we know that if $f(a+b-x) = f(x)$ the x is ~~removed~~ replaced by $\frac{a+b}{2}$ { from removal property }

$I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx = \int f(x)\, dx$

~~$f(\pi+0-x)\,dx = \int_0^{\pi}$~~ So Here $f(x) = f(a+b-x)$

So x will ~~removed~~ replaced

$I = \frac{a+b}{2}\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$ { Here $a = \pi$ and $b = 0$

Let $\cos x = t$

$dt = -\sin x\, dx$

~~$I = -\frac{a+b}{2}\int_0$~~

$I = -\frac{\pi}{2}\int_{1}^{-1} \frac{1}{1+t^2}\, dt$

$I = -\frac{\pi}{2}\int_{1}^{-1} \frac{1}{1+t^2}\, dt$

$I = -\frac{\pi}{2}\left[\tan^{-1} t\right]_{1}^{-1}$

I

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$I = \frac{\pi}{2}\left[\tan^{-1} t\right]_{-1}^{1}$$

$$I = 2\times\frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4}\right] = \frac{\pi^2}{4}$$

28. $x(x-y)\,dy = y(x+y)\,dx$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\left[\frac{1+y/x}{1-y/x}\right] \quad \text{---} (i)$$

Let $y = Vx$

$\cancel{dy = Vdx + xdV}$

$$\frac{dy}{dx} = V + x\frac{dV}{dx}$$

Putting this in eq^n (i) we get

$$V + x\frac{dV}{dx} = V\left[\frac{1+V}{1-V}\right]$$

$$x\frac{dV}{dx} = V\left[\frac{1+V}{1-V} - 1\right]$$

$$\frac{x\,dV}{dx} = V\left[\frac{1+V-1+V}{1-V}\right]$$

$$\frac{x\,dV}{dx} = V\left[\frac{2V}{1-V}\right]$$

$$\left(\frac{1-V}{2V^2}\right)dV = \frac{1}{x}\,dx$$

Integrating both sides

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$\int \left(\frac{1-v}{2v^2}\right) dv = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{v}\right) = \ln|x| + c$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{-1}{v} - \ln|v|\right] = \ln|x| + c$$

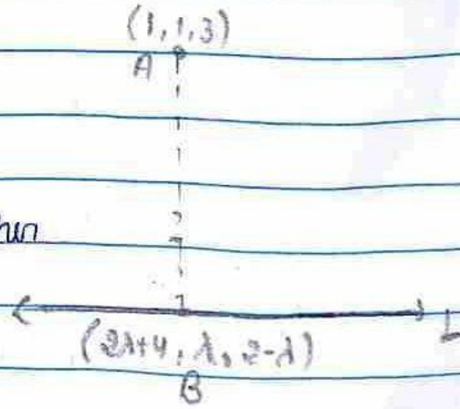
$$-\frac{1}{v} - \ln|v| = \ln|x|^2 + c'$$

$$\ln|x|^2 + \ln|v| + \frac{1}{v} + c' = 0$$

$$\boxed{\ln|vx^2| + \frac{1}{v} + c' = 0} = \boxed{\ln\left|\frac{y x}{\cancel{x}}\right| + \frac{x}{y} + c' = 0}$$

22. ~~Now $\vec{AO} = (\alpha-1)\hat{i} + (\beta-1)\hat{j} + (\gamma-3)\hat{k}$~~

~~and~~ $\vec{L} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$



Now $\vec{AB}$ & $\vec{L}$ are $\perp$ to each other then

$$\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1} = \lambda$$

$x = 2\lambda + 4$

$y = \lambda$

$z = -\lambda + 2$

So $\vec{AB} = (2\lambda+4-1)\hat{i} + (\lambda-1)\hat{j} + (2-\lambda-3)\hat{k}$

$= (2\lambda+4-1)\hat{i} + (\lambda-1)\hat{j} - (\lambda+1)\hat{k}$

$\vec{AB} = (2\lambda+3)\hat{i} + (\lambda-1)\hat{j} - (\lambda+1)\hat{k}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

Now $\vec{AB} \cdot \vec{l} = 0$

$$\left[(2\lambda+3)\hat{i} + (\lambda-1)\hat{j} - (\lambda+1)\hat{k}\right] \cdot \left[2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}\right] = 0$$

$(2\lambda+3)2 + (\lambda-1) + (\lambda+1) = 0$

$4\lambda + 6 + \lambda - 1 + \lambda + 1 = 0$

$6\lambda + 6 = 0$

$\boxed{\lambda = -1}$

So co-ordinates of $B = (2(-1)+4), -1, 2-(-1)$

$= 2, -1, 3$

Now $\perp$ distance $= \sqrt{(2-1)^2 + (-1-1)^2 + (3-3)^2}$

$P = \sqrt{1+4}$

$P = \sqrt{5}$ units

30: Given. 4 white Balls and 2 red balls.

Let P be the probability of getting red balls

$P(X=0) = \frac{^4C_2}{^6C_2} = \frac{2}{5}$

Now F $P(X=1)$ we have to drawn 1 red and 1 white ball.

$P(X=1) = \frac{^4C_1 \times {^2C_1}}{^6C_2} = \frac{8}{15}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

For $P(X=2)$ we have to drawn both red balls.

$$P(X=2) = \frac{^2C_2}{^6C_2} = \frac{1}{15}$$

X	P(x)
0	2/5
1	8/15
2	1/15

Mean $= \bar{X} = \sum_{i=0}^{2} x_i p_i$

$$\bar{x} = 0 \times \frac{2}{5} + \frac{1 \times 8}{15} + \frac{2 \times 1}{15}$$

$$\bar{X} = \frac{8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

Mean $= \frac{2}{3}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

SECTION - C

25. Maximizing $Z = 20x + 30y$

constraints $x + 2y \le 20$

$3x + 2y \le 30$

$x \ge 0, y \ge 0$

These two lines intersect at $(5, \frac{15}{2})$

Now the boundaries of closed region are $(0,10)$, $(5, \frac{15}{2})$, $(10,0)$, $(0$

Point	X- co-ordinate	Y- co-ordinate	$Z = 20x + 30y$
A	5	$15/2$	$100 + 225 = 32$
B	0	10	300
C	10	0	200
O	0	0	0

So maximum ~~profit~~ is ~~325~~ 325

END

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान

परीक्षा

नामांक (अंकों में) (शब्दों में)

विषय Maths

प्रश्न संख्या

नोट : परीक्षार्थी अनिवार्य रूप से इस ग्राफ कागज को अपनी उत्तर पुस्तिका में धागे द्वारा संलग्न करें तथा साथ न ले जावें। ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ न मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।